série n°6

Exercice N°1

Soit la fonction f définie par : $f(x) = x^3 - 3x^2 + 1$

1/ Vérifier que les fonctions f et f' sont dérivables sur $\mathbb{R}$

2/a) Dresser le tableau de variation de

b) Préciser les extremums de f

3/ Montrer que ζ_f admet un point d'inflexion dont-on donnera les coordonnées

4/ Déterminer une équation cartésienne de la tangente T à ζ_f au point d'abscisse 0

5/ Etudier la position de ζ_f par rapport à T

6/ Tracer ζ_f

EXERCICE N°2

1/ Soit la fonction $g(x) = 1 - \dfrac{x}{\sqrt{4 - x^2}}$

a) Montrer que g est dérivable sur $]-2,2[$ puis calculer $g'(x)$

b) Dresser le tableau de variation de g

c) Montrer que g admet une fonction réciproque définie sur un intervalle J à préciser

d) Déduire que l'équation g(x)=0 admet une solution unique α dans $]-2,2[$ et que $1{,}4 < \alpha < 1{,}5$

e) Donner alors le signe de g(x) sur $]-2, 2[$

2/ Soit la fonction $f(x) = x + \sqrt{4 - x^2}$

a) Etudier la dérivabilité de f à droite en (- 2) et à gauche en (2) ; Interpréter graphiquement les résultats

b) Dresser le tableau de variation de f ; Tracer ζ_f dans un RO.N $\left(O, \vec{i}, \vec{j}\right)$

3/a) Monter que pour $x \in [0,1]$ on a $|g(x)| \le 1$

b) En déduire que pour $x \in [0,1]$ on a $|f(x) - 2| \le x$

EXERCICE N°3

L'espace ξ est muni d'un repère orthonormé direct $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$

On donne les points $A(2,-1,1); B(0,-1,-1)$ et $C(-2,0,-1)$

1/a) Montrer que les points A,B et C définissent un plan P

b) Vérifier que le plan P à pour équation : $x + 2y - z + 1 = 0$

2/a) Donner une représentation paramétrique de la droite D passant par A et perpendiculaire à P

b) Calculer la distance δ du point B à la droite D

3/ Déterminer une équation cartésienne du plan Q passant par C et de vecteur normale $\vec{n} = -\vec{i} + \vec{k}$

4/ Déterminer une représentation paramétrique de la droite $D' = P \cap Q$

5/ Montrer que D et D' ne sont pas coplanaires

6/ Donner l'aire du triangle ABC

Exercice 4

L'espace ξ est muni d'un repère orthonormé direct $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$

On donne les points $A(1,-4,0); B(4,-1,3)$; $C(4,-4,-3)$ et $D(-2,2,-3)$

1/a) Calculer $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}$

b) Déterminer les composantes du vecteur $\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC}$

2/ Calculer l'aire du triangle ABC

3/ Montrer que la droite (AD) est perpendiculaire au plan ABC

4/a) Vérifier que le volume du tétraèdre ABCD est égale à 27

b) Calculer l'aire du triangle BCD

c) En déduire la distance du point A au plan (BCD)